

## Fiche 9 - Intégration

**Exercice 1.** Déterminer, par un calcul direct les intégrales suivantes :

a.  $\int_{-1}^2 (e^x + \cos x + 3x + 1)dx,$

c.  $\int_{-1}^2 |x|dx,$

b.  $\int_2^3 \frac{(x-2)(x+3)}{\sqrt{x}}dx,$

d.  $\int_0^2 f(x)dx$  où  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ x & \text{si } 1 < x \leq 2. \end{cases}$

**Exercice 2.** En reconnaissant une dérivée de fonctions composées, déterminer en fonction de  $a$  et  $b$  (pour quelles valeurs de  $a$  et  $b$  cela a-t-il du sens ?) :

a.  $\int_a^b \cos(x)e^{\sin(x)}dx,$

b.  $\int_a^b \frac{\ln(5+3x)}{x}dx,$

c.  $\int_a^b \frac{3x}{\sqrt{1-x^4}}dx.$

**Exercice 3.** À l'aide d'un changement de variable, déterminer en fonction de  $a$  et  $b$  :

a.  $\int_a^b \cos(x) \sin(x)dx,$

c.  $\int_a^b \frac{1}{1+e^x}dx,$

e.  $\int_a^b \frac{\sin(\ln x)}{x}dx,$

b.  $\int_a^b x(x^2-1)^5dx,$

d.  $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx,$

f.  $\int_a^b \frac{1}{x^{14}(x^{30}+1)}dx.$

**Exercice 4.** À l'aide d'une intégration par parties, déterminer en fonction de  $a$  et  $b$  :

a.  $\int_a^b x^2 \ln(x)dx,$

c.  $\int_a^b \cos(x)e^x dx,$

e.  $\int_a^b \sin^4(x)dx,$

b.  $\int_a^b xe^{-x}dx,$

d.  $\int_a^b e^x(x+1)^2 dx,$

f.  $\int_a^b \arcsin(x)dx.$

**Exercice 5.** Déterminer, par la méthode de votre choix :

a.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin(x)dx,$

b.  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x},$

c.  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{dx}{\cos(x)(\sin(x) - \cos(x))}$

**Exercice 6.** Sachant que la longueur d'une courbe décrite sur un intervalle  $[a; b]$  par  $y = f(x)$  (où  $f$  est une fonction continue dérivable et de dérivée continue) est donnée par

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx,$$

déterminer :

- la longueur de la courbe  $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(3-x)$  pour  $0 \leq x \leq 3,$
- la circonférence d'un cercle de rayon  $r.$

**Exercice 7.** Calculer les intégrales suivantes, après avoir décomposé l'intégrand en éléments simples.

a.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{x^2-3x+2} dx$

c.  $\int_1^5 \frac{1}{x(x+1)^2} dx$

b.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-1} dx$

d.  $\int_0^a \frac{1}{x^2+x+1} dx$

**Exercice 8.** Calculer les primitives des fonctions suivantes.

a.  $x \mapsto \sin(x)^2$

c.  $x \mapsto \sin^2(x) \cos^3(x)$

b.  $x \mapsto \tan x$

d.  $x \mapsto \frac{\sin^3(x)}{\cos^2(x)}$