

## Devoir Maison 3

À rendre le 10/04/2014 (le 08/04/14 pour le groupe A)

**Exercice 1.** On considère l'application  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $(x, y, z) \mapsto (-x - y - z, 2x + 2y + 2z)$ ,

et la matrice  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ .

1. Montrer que  $f$  est linéaire.
  2. Déterminer la matrice de  $f$  dans les bases canoniques de  $\mathbb{R}^3$  et  $\mathbb{R}^2$ , notée  $A$ .
  3. Soient  $u$  et  $v \in \mathbb{R}$ , déterminer les solutions du système linéaire  $f(x, y, z) = (u, v)$  d'inconnue  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . On pensera à distinguer des cas selon les valeurs de  $(u, v)$ .
  4. Calculer le déterminant de  $B$ .  $B$  est-elle inversible ?
  5. Si oui, déterminer son inverse :  $B^{-1}$ , et le déterminant de celui-ci.
  6. Soit  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'application linéaire dont la matrice dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$  est  $B$ . Quelles sont la ou les applications composées que l'on peut former à partir de  $f$  et  $g$  ? Déterminer la matrice de chacune de ces composées dans les bases canoniques des espaces concernés.
- 

## Devoir Maison 3

À rendre le 10/04/2014 (le 08/04/14 pour le groupe A)

**Exercice 2.** On considère l'application  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $(x, y, z) \mapsto (-x - y - z, 2x + 2y + 2z)$ ,

et la matrice  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ .

1. Montrer que  $f$  est linéaire.
2. Déterminer la matrice de  $f$  dans les bases canoniques de  $\mathbb{R}^3$  et  $\mathbb{R}^2$ , notée  $A$ .
3. Soient  $u$  et  $v \in \mathbb{R}$ , déterminer les solutions du système linéaire  $f(x, y, z) = (u, v)$  d'inconnue  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . On pensera à distinguer des cas selon les valeurs de  $(u, v)$ .
4. Calculer le déterminant de  $B$ .  $B$  est-elle inversible ?
5. Si oui, déterminer son inverse :  $B^{-1}$ , et le déterminant de celui-ci.
6. Soit  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'application linéaire dont la matrice dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$  est  $B$ . Quelles sont la ou les applications composées que l'on peut former à partir de  $f$  et  $g$  ? Déterminer la matrice de chacune de ces composées dans les bases canoniques des espaces concernés.